Cylindrický rezonátor s přímo žhavenou katodou

Elektrické a magnetické pole v rezonátoru mají tvar (vid TE_{010})

$$V_y = VJ_0(kR)\cos(\omega t),\ B_x = -V\frac{Z}{R}J_1(kR)\sin(\omega t), \qquad (1)$$

$$B_z = V\frac{X}{R}J_1(kR)\sin(\omega t),\ V_x = V_z = B_y = 0, \qquad (2)$$

kde $R = \sqrt{X^2 + Z^2}$ je vzdálenost od osy rezonátoru, $J_0(kR)$ a $J_1(kR)$ jsou Besselovy funkce prvního druhu, $k = \frac{2{,}405}{a}$ je vlnové číslo, a je poloměr rezonátoru. [1]

Katoda je vyrobena z boridu lanthanu (LaB_6). Hustota emisního proudu je popsána Richardsonovým zákonem

$$j_0 = AT^2 e^{-\frac{W}{kT}}, \qquad (3)$$

kde $A = 730000\ \mathrm{AK^{-2}m^{-2}}$, W = 2,64 eV je výstupní práce, $k = 8{,}617343\cdot 10^{-5}\ \mathrm{eVK^{-1}}$ je Boltzmannova konstanta a T je termodynamická teplota.

Uvnitř rezonátoru je elektrické pole o velikosti V, které snižuje povrchovou bariéru o velikost ΔW a zvyšuje tak emisní tok. Tento jev je znám jako Shottkyho efekt a může být namodelován jednoduchou úpravou Richarsonovi rovnice nahrazením W výrazem W–Δ*W*. Dostáváme tedy výraz

$$j_0 = AT^2 e^{-\frac{W-\Delta W}{kT}}. \qquad (4)$$

Zde $\Delta W = \sqrt{\frac{e^3 V}{4\pi\varepsilon_0}}$ a ε_0 je permittivita vakua. Pracovní emisní proud použité katody (průřez 7 $\mathrm{mm^2}$) je okolo 1,5 A.

Teplota katody je přibližně T~1600 K. Pro výpočet dynamiky ohřevu katody kolem této teploty je nutné započíst následující jevy:

1. ochlazování vlivem radiace

   Radiaci lze spočítat ze Stefan-Boltzmanova zákona (5) (vyzařování absolutně černého tělesa). Při výpočtu předpokládáme, že stěny rezonátoru ve kterém je katoda umístněna jsou chladné (nevyzařují) a neodrážejí záření zpět na katodu. Radiační výkon pak vyjádříme

   $$P_{rad} = \sigma T^4 S_k \qquad (5)$$

   Zde $\sigma = 5{,}6704\cdot 10^{-8}\ \mathrm{Wm^{-2}K^{-2}}$ je Stefan-Boltzmannova konstanta a $S_k = 4{,}241\cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^2}$ je plocha katody.

2. Ochlazování způsobené emisí elektronů

Ochlazovací výkon v tomto případě můžeme spočítat ze znalosti výstupní (opouštěcí) práce, kterou elektrony konají při vlastní emisi a ze znalosti středního emisního proudu i_0.

$$P_{emis} = i_0 (W - \sqrt{\frac{e^3 V}{4\pi\varepsilon_0}}) \tag{6}$$

3. Ochlazování vedením tepla držákem katody

Držák katody je zhotoven ze dvou Ta plechů o tloušťce c = 0,3 mm, délka držáku je b = 10 mm a šířka a = 3 mm. Tedy celková plocha kolmá na tepelný tok je $S_{hold} = 1.8 \cdot 10^{-6}$ m^2. Předpokládaná teplota konce držáku katody je 320 K. Pak po dosazení do rovnice pro ustálené vedení tepla dostáváme

$$P_{cond} = \lambda S_{hold} \frac{T - 320}{b}, \tag{7}$$

kde λ = 57,5 Wm^{-1}K^{-1} je součinitel teplotní vodivosti Ta.

4. Ohřev Jouleovým teplem způsobeným tokem emisních elektronů katodou

Tento ohřívací výkon je možné vypočítat ze znalosti efektivní hodnoty proudu a efektivního odporu katody na dané teplotě. Jelikož odpor katody je přímo úměrný žhavícímu příkonu P_{heat} (v ustáleném stavu poblíž pracovního bodu), můžeme odhadnout tento výkon přímo se žhavícího příkonu.

$$P_{Joule} = kP_{heat} \tag{8}$$

kde konstanta k vyjadřuje poměr mezi žhavícím a emisním proudem s přihlédnutím k různým délkám jejich toku skrz katodu. Můžeme ji tedy spočítat s následujícího vztahu

$$k = 0{,}8 \frac{i_0}{i_{heat}} \tag{9}$$

kde i_{heat} je žhavící proud katody.

5. Ohřev díky existenci neresonančních elektronů

Některé elektrony, které se nedostanou do resonance, naráží na vlastní katodu a způsobují její ohřev. Jednotlivé hodnoty byly určeny z geometrie a experimentálního pozorování [2]. Průměrná energie elektronů dopadající na katodu E_{scat} = 30 keV a proud těchto elektronů $i_{scat} = \alpha i$. Kde α = 0,1 a i je emisní proud v přítomnosti vf pole. Děj trvá jen τ = 3 μs a opakovací frekvence f_{rep} = 423 Hz. Výkon pak můžeme dopočítat z rovnice

$$P_{scat} = E_{scat} \alpha i f_{rep} \tau . \tag{10}$$

Odhad vlivu tepelných příkonů na teplotu okolo pracovního bodu T = 1600 K je vypočtena z rovnice (11).

$$\Delta P = \Delta T \rho V_{cat} c \tag{11}$$

Zde $\Delta P = \Delta P_{heat} + \Delta P_{scat} + \Delta P_{Joule} - \Delta P_{cond} - \Delta P_{emis} - \Delta P_{rad}$, $\rho = 4{,}7{\cdot}10^3\ \mathrm{kgm^{-3}}$ je hustota katody (LaB_6), $V_{cat} = 2{,}12{\cdot}10^{-8}\ \mathrm{m^3}$ je reálný objem katody a $c = 1{,}83{\cdot}10^3\ \mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$ je její specifická tepelná kapacita.

Pro stanovení pracovního bodu (v závislosti na žhavícím proudu) byl proveden experiment, kdy se katoda žhavila proudem $i_{heat} = 30$ A. Při této hodnotě byla předpokládaná teplota katody $T = 1600$ K. Chladící výkony při této teplotě jsou $P_{rad} = 15{,}76$ W, $P_{emis0} = 0{,}11$ W (bez elektrického pole), $P_{cond} = 13{,}25$ W. Ohřívací výkon $P_{Joule0} \sim 0{,}03$ W a $P_{scat0} = 0$ W. (bez elektrického pole). Celkový výkon který ochlazoval katodu musí tedy v ustáleném stavu být roven $P_{heat} = 29{,}1$ W. Výpočet výkonu byl ověřen měřením napětí na katodě. Naměřený a spočtený výkon si odpovídají v rámci nejistoty stanovení pracovní teploty T a zanedbání vlivu radiace držáku katody a stěn rezonátoru (skutečný výkon by tedy měl být vyšší).

Dynamika ohřevu byla odhadnuta z měření závislosti změny napětí katody na žhavícím proudu a je možné ji popsat diferenciální rovnicí, která má v Laplaceově transformaci tvar

$$\frac{T_{real}}{T} = \frac{1}{0{,}5s^2 + 1{,}4s + 1}, \tag{12}$$

kde T je teplota spočtená (ustálený stav) a T_{real} je skutečná teplota katody v daném časovém okamžiku.

Literatura

[1] S. P. Kapitza, V. N. Melekhin, *The Microtron*, London: Harwood Academic Publishers, 1978, pp. 204.

[2] J. M. Tsipenyuk, *The Microtron, Development and Applications*. London: Taylor & Francis, 2002, pp. 368.